

Uzgodniona wartość masy międzynarodowego wzorca kilograma

Consensus value of mass for the international measurement standard of kilogram

Paweł Fotowicz
Główny Urząd Miar

Artykuł przybliży nowe podejście przy ustalaniu masy międzynarodowego wzorca kilograma po wdrożeniu nowej definicji jednostki masy SI. Omówiono w nim sposób wyznaczania wartości uzgodnionej związanej z kilogramem i wynikające stąd konsekwencje.

The article presents a new approach for determining the mass of the international measurement standard of kilogram after the implementation of the new definition of the SI unit of mass. It discusses the method for evaluating the consensus value for the kilogram and the resulting consequences.

Słowa kluczowe: wartość uzgodniona, masa, międzynarodowy wzorec kilograma

Keywords: : consensus value, mass, international measurement standard of kilogram

Wstęp

Redefinicja jednostek miar, która weszła w życie 20 maja 2019 roku, zmieniła sposób określania masy wzorców kilograma zarówno dotychczasowego międzynarodowego IPK (International Prototype of Kilogram), jak i wzorców państwowych będących w posiadaniu krajowych instytucji metrologicznych. Odniesieniem dla masy tych wszystkich wzorców stała się wartość uzgodniona (consensus value), określana przy użyciu metod pierwotnych wyznaczania jednostki miary masy, opierających się na wartości stałej Plancka. Komitet Doradczy ds. Masy i Wielkości Powiązanych (CCM) Międzynarodowego Komitetu Miar (CIPM) wskazał jak w praktyce należy realizować kilogram [1].

Praktyczna realizacja kilograma

Współczesna definicja kilograma odwołuje się do stałej fizycznej w postaci stałej Plancka. Definicja ta, podobnie jak pozostałe definicje jednostek miar SI, nie określa w jaki sposób należy ją realizować w praktyce. Tworzy to potrzebę wyselekcjonowania metod, które nie wyczerpują wszystkich możliwości, ale są możliwe do praktycznego wdrożenia. Ze względu na wieloletni wysiłek w obszarze metrologii masy, związany z przygotowaniem do redefinicji

kilograma, CCM zaleca dwie metody realizacyjne (mise en pratique). Metody te nie są metodami bezpośredniego pomiaru masy, ale obie odwołują się do wartości stałej Plancka. Pierwsza z nich polega na wyznaczeniu nieznannej masy za pomocą specjalnie zaprojektowanej do tego celu wagi prądowej, zwanej wagą Kibble'a. W drugiej porównuje się nieznaną masę z masą pojedynczego atomu określonego izotopu, wyznaczając liczbę atomów w kryształ, w którym masa atomu jest dobrze znana, nazywana metodą XRCD (X-ray-crystal-density) [1].

Realizacja kilograma przy użyciu wagi Kibble'a

Waga prądowa zaprojektowana przez Bryana Kibble'a umożliwia wirtualne równoważenie mocy elektrycznej mocą mechaniczną. Wyznaczenie nieznannej masy m artefaktu odbywa się w dwóch trybach: trybie ważenia (statycznym) i trybie ruchomym [2]. Oba tryby mogą występować kolejno lub jednocześnie, w zależności od konfiguracji urządzenia. W trybie ważenia ciężar artefaktu jest zrównoważony przez siłę elektrodynamiczną wytwarzaną w okrągłej cewce wykonanej z drutu o długości l umieszczonej w polu magnetycznym o gęstości strumienia B , gdy

prąd I przepływa przez cewkę. Geometria magnesu i cewki jest zaprojektowana tak, aby wytwarzać siłę o kierunku zgodnym z kierunkiem przyspieszenia grawitacyjnego. Niezależnie mierzony jest prąd I płynący w cewce, jak i przyspieszenie ziemskie g działające na masę (wartość przyspieszenia ustalana jest w miejscu użytkowania wagi). Siła mechaniczna równoważona jest siłą elektryczną zgodnie z równaniem:

$$mg = I B l \quad (1)$$

Natomiast w trybie ruchomym mierzone jest napięcie U , które jest indukowane na zaciskach tej samej cewki poruszającej się pionowo z prędkością v przez ten sam strumień magnetyczny:

$$U = v B l \quad (2)$$

Równania (1) i (2), związane z oboma trybami pomiaru, łączy się w jedno, pomijając iloczyn $B l$ (eliminując w ten sposób konieczność pomiaru indukcji magnetycznej i długości cewki):

$$m g v = I U \quad (3)$$

Równanie powyższe przedstawia teoretyczne (wirtualne) równoważenie mocy natury mechanicznej, wyrażone iloczynem $m g v$, mocą natury elektrycznej, wyrażone iloczynem $I U$. Ponieważ jednostką mocy w układzie SI jest wat, często metodę tę nazywa się równoważeniem wata (watt balance).

Prąd I można określić za pomocą prawa Ohma, mierząc spadek napięcia na zaciskach stabilnego wzorcowego rezystora o wartości R . Napięcie mierzone jest w odniesieniu do stałej Josepha $K_J = 2e/h$, gdzie e jest ładunkiem elementarnym, a h stałą Plancka. Podobnie rezystancję R mierzy się w odniesieniu do stałej von Klitzinga $R_K = h/e^2$. Biorąc pod uwagę znany związek stałej Plancka h z powyższymi stałymi, w postaci $K_J^2 R_K = 4/h$, można zapisać:

$$m = h \frac{K_J^2 R_K I U}{4 g v} \quad (4)$$

Zależność powyższa określa bezpośredni związek pomiędzy masą a stałą Plancka. Mierzonymi parametrami są wielkości elektryczne: prąd i napięcie w cewce oraz mechaniczne: przyspieszenie ziemskie i prędkość ruchu masy.

Realizacja kilograma metodą XRCD

Metoda XRCD polega na określeniu masy czystej chemicznie substancji na podstawie wyznaczania średniej liczby jej atomów zawartej w próbce tej substancji o znanej

objętości [3]. Wykorzystuje się tu pomiar stałej sieci krystalicznej metodą interferometrii rentgenowskiej, z wykorzystaniem dyfrakcji Bragga, oraz metodę interferometrii optycznej, z wykorzystaniem interferometru sferycznego Fizeau, w celu wyznaczenia objętości próbki, na ogół ukształtowanej w postaci kuli. Materiałem próbki o masie zbliżonej do jednego kilograma jest monokryształ krzemu zawierający izotop ^{28}Si o wysokiej czystości chemicznej. Wykorzystuje się tu technologię hodowli kryształów opracowaną dla przemysłu półprzewodników. Technologia ta zapewnia uzyskiwanie stosunkowo dużych pojedynczych monokryształów, z których wycina się kilogramowe obiekty nadając im kształt kulisty z wysoką dokładnością, poprzez obróbkę powierzchniową. Pomiar stałej krystalicznej a_{Si} umożliwia wyznaczenie objętości komórki elementarnej kryształu, a pomiar uśrednionej na całym obwodzie średnicy kuli umożliwia wyznaczenie jej objętości V . W ten sposób można wyznaczyć średnią liczbę atomów zawartą we wzorcu masy:

$$N = \frac{8V}{a_{\text{Si}}^3} \quad (5)$$

gdzie 8 to liczba atomów w komórce elementarnej krzemu krystalicznego, będącej sześcianem.

Aby zrealizować definicję kilograma, masę kuli wyraża się iloczynem masy pojedynczego atomu krzemu m_{Si} i ich liczby zawartej we wzorcu kilograma:

$$m = N m_{\text{Si}} \quad (6)$$

Przyjmując jako stałą iloraz h/m_{Si} , znany z dużą dokładnością [4], można również zapisać powyższe równanie w postaci:

$$m = h N \left(\frac{m_{\text{Si}}}{h} \right) \quad (7)$$

które również określa, jak w poprzednim wypadku, bezpośredni związek pomiędzy masą a stałą Plancka:

$$m = h \frac{8V}{a_{\text{Si}}^3} \left(\frac{m_{\text{Si}}}{h} \right) \quad (8)$$

Porównania kluczowe kilograma

Pierwsze porównania kluczowe kilograma po redefinicji jednostki miary masy SI przeprowadzono w 2020 roku [5]. Brało w nich udział siedmiu uczestników, w tym Międzynarodowe Biuro Miar (BIPM) oraz sześć krajowych instytucji metrologicznych: NIST (USA), NRC (Kanada), KRIS (Korea), NIM (Chiny), NMIJ (Japonia) oraz PTB (Niemcy). W porównaniach zastosowano obydwie metody realizacji pierwotnej jednostki miary masy SI. Celem tego porównania było wyznaczenie, pierwszej w historii

jednostki miary masy SI, wartości uzgodnionej dla kilograma (Consensus Value for the Kilogram) [6]. Wartość ta stała się odniesieniem dla państwowych wzorców kilograma, aktualnie wzorcowanych w Międzynarodowym Biurze Miar, w tym również dla krajowego artefaktu nr 51 [7].

W porównaniu brały udział wzorce kilograma wykonane ze stopu platynowo-irydowego, ze stali nierdzewnej lub w postaci kuli krzemowej. Uczestnicy porównania określili masę swoich wzorców przenośnych w próżni na podstawie przeprowadzonych pomiarów zgodnie z jedną z dwóch omówionych *mise en pratique*. W ten sposób zapewniono realizację kilograma zgodnie z jego definicją, gdyż wartości masy przypisane do wzorców obliczono przy użyciu przyjętej wartości liczbowej stałej Plancka. Następnie wszystkie wzorce były porównywane w próżni, przez okres trzech miesięcy, z wzorcami roboczymi BIPM, które służyły jako wzorce odniesienia masy, spójne z międzynarodowym prototypem kilograma (IPK). Porównanie to pozwoliło na określenie różnic Δm_i między realizacjami kilograma przez uczestników w odniesieniu do IPK. Różnice te przedstawia tab. 1. wraz z przypisanymi im niepewnościami standardowymi $u(\Delta m_i)$.

Tab. 1. Wyniki porównania kluczowego przy realizacji kilograma [5]

Uczestnik porównania	Δm_i / mg	$u(\Delta m_i)$ / mg
BIPM	0,0064	0,0491
KRISS	0,0536	0,1072
NIM	-0,0305	0,0456
NIST	-0,0185	0,0270
NMIJ	-0,0166	0,0214
NRC	-0,0034	0,0118
PTB	-0,0399	0,0128
KCRV (wartość odniesienia porównania kluczowego)	-0,0189	0,0075

Na podstawie uzyskanych wyników wyznaczono wartość odniesienia porównania kluczowego Δm_{KCRV} (w postaci odchylenia od 1 kg) wraz z jej niepewnością standardową $u(\Delta m_{\text{KCRV}})$. Należy nadmienić, że wartość ta wyznaczana jest z poniższego wzoru, jako średnia ważona otrzymanych wyników porównań, których wagami są odwrotności wariancji w postaci kwadratów niepewności standardowych:

$$\Delta m_{\text{KCRV}} = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta m_i}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{u^2(\Delta m_i)}} \quad (9)$$

Z kolei z wielkością powyższą związana jest niepewność standardowa wyznaczana na podstawie zależności:

$$\frac{1}{u^2(\Delta m_{\text{KCRV}})} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{u^2(\Delta m_i)} \quad (10)$$

Przedstawione wzory stosowane są przy ocenie porównań kluczowych [8]. Uzyskane na ich podstawie wartości odpowiednich parametrów porównania kluczowego przedstawiono w ostatnim wierszu tab. 1. Warto zauważyć, że otrzymana w powyższy sposób wartość niepewności standardowej jest zawsze niższa niż każda z niepewności uczestników porównania. Jest to o tyle uzasadnione, iż wiarygodność takiego uśrednionego wyniku, uwzględniającego niepewności wszystkich uczestników, jest większa niż każdego oddzielnego wyniku uzyskanego przez poszczególne uczestnika porównania.

Wartość uzgodniona dla kilograma

Na podstawie uzyskanego wyniku pierwszego porównania kluczowego, przeprowadzonego po wejściu w życie redefinicji kilograma, oraz wyniku uzyskanego przed wdrożeniem redefinicji w pilotażowym porównaniu wykonanym w 2016 roku, z uwzględnieniem przypisanej wartości IPK w momencie przyjętej redefinicji w 2019 roku, otrzymano aktualnie obowiązującą wartość dla kilograma wynoszącą: 1 kg – 2 μ g, wyznaczoną z niepewnością standardową 20 μ g [6]. Wartość ta została uzyskana jako wartość średnia arytmetyczna z wyników przedstawionych w tab. 2. Jako pierwsza wśród tych wyników jest podana wartość międzynarodowego wzorca kilograma IPK, równa 1 kg w dniu redefinicji, ale z przyjętą wartością niepewności standardowej, „przejętą” niejako ze stałej Plancka, która od tej chwili podawana jest jako wartość prawdziwa, bez przypisywanej jej wcześniej niepewności. Zgodnie z Rezolucją 26. Generalnej Konferencji Miar wartość tej niepewności w przyszłości ma być ustalana eksperymentalnie, a na dzień uchwalenia rezolucji jej wartość względną przyjęto jako 10^{-8} [9].

Tab. 2. Wyniki wykorzystane przy wyznaczeniu wartości uzgodnionej dla kilograma [6]

	Masa IPK m_{IPK}	Niepewność standardowa $u(m_{\text{IPK}})$
Przypisana wartość masy IPK w dniu redefinicji	1 kg	11,7 μ g
Pilotażowe porównanie przed redefinicją w 2016 roku	1 kg + 12,4 μ g	11,4 μ g
Pierwsze porównanie po redefinicji w 2020 roku	1 kg – 18,8 μ g	7,5 μ g
Wartość uzgodniona (consensus value) w 2021 roku	1 kg – 2,1 μ g	20 μ g

W tab. 2 zwraca uwagę stosunkowo duża wartość niepewności standardowej przypisanej *consensus value*, gdyż uwzględnia ona również niestabilność wzorców roboczych BIPM, przy użyciu których była ustalana, ponieważ w porównaniach nie używa się bezpośrednio IPK (poprzez wzorce robocze BIPM zapewniana jest spójność pomiarowa z IPK). Niesie to również określony skutek przy wzorcowaniu państwowych wzorców masy, w odniesieniu do IPK przy użyciu jego wartości uzgodnionej, utrzymywanych w krajowych instytucjach metrologicznych, w tym państwowego wzorca masy w Głównym Urzędzie Miar. Świadectwo wzorcowania, z 1993 roku, polskiego artefaktu kilograma podawało, że masa państwowego wzorca wynosiła: $1\text{ kg} + 227\text{ }\mu\text{g}$ i była wyznaczona z niepewnością standardową $2,3\text{ }\mu\text{g}$, a świadectwo wzorcowania z 2021 roku podaje, że masa wzorca wynosi: $1\text{ kg} + 255\text{ }\mu\text{g}$, którą wyznaczono aż w niepewnością standardową $21\text{ }\mu\text{g}$. Zauważalny jest wzrost niepewności prawie o rząd wielkości, co wynika z faktu uwzględnienia w budżecie niepewności składowych związanych z „przeniesieniem” niepewności ze stałej Plancka na IPK po redefinicji, czy uwzględnienie wspomnianej niestabilności masy wzorców odniesienia stosowanych przy wzorcowaniu w BIPM. Te istotne czynniki nie były uwzględniane przed redefinicją kilograma. Paradoksalnie istotny wzrost niepewności tylko uwiarygadnia przekazywanie jednostki masy w skali międzynarodowej, gdyż uniezależnia się od niestabilnej rzeczywistej masy IPK na rzecz uzgodnionej masy IPK. Wartość ta będzie weryfikowana w kolejnych porównaniach kluczowych realizowanych w przewidywanych cyklach dwuletnich [6].

Podsumowanie

Przyjęta redefinicja jednostek miar, która weszła w życie 20 maja 2019 roku, spowodowała potrzebę nowego podejścia, szczególnie przy realizacji jednostki masy SI [10 i 11]. Niezmienna w definicji kilograma stała Plancka zastąpiła, jako odniesienie, niestabilny międzynarodowy wzorzec materialny. Jednak praktycznym odniesieniem jest wartość uzgodniona dla kilograma, ustalana na podstawie przeprowadzanych regularnie porównań kluczowych. Porównania te będą przeprowadzane co dwa lata i oczekuje się, że uzyskane w ich wyniku wartości nie będą różniły się od siebie o więcej niż przypisana im niepewność [12].

Istotą porównań kluczowych jest to, że wartość uzgodniona dla kilograma ustalana jest na podstawie pomiarów wykonywanych metodami pierwotnymi, powiązanych ze stałą definiującą jednostkę miary masy SI. Umożliwia to w praktyce uniezależnienie, przy przekazywaniu jednostki masy, od niestabilności międzynarodowego artefaktu IPK, na rzecz stabilnej w czasie i przestrzeni stałej fizycznej.

Bibliografia

- [1] *Mise en pratique* for the definition of the kilogram in the SI. SI Brochure – 9th edition – Appendix 2. August 2020
- [2] I. Robinson, S. Schlamminger: The watt or Kibble balance: a technique for implementing the new SI definition of the unit of mass. *Metrologia* 53 (2016) A46-A74
- [3] K. Fujii, H. Bettin, P. Becker, E. Massa, O. Rienitz, A. Pramann, A. Nicolaus, N. Kuramoto, I. Busch, M. Borys: Realization of the kilogram by the XRCD method. *Metrologia* 53 (2016) A19-A45
- [4] P. Cladé, F. Biraben, L. Julien, F. Nez, S. Guellati-Khelifa: Precise determination of the ratio h/m_e : a way to link microscopic mass to the new kilogram. *Metrologia* 53 (2016) A75-A82
- [5] Report on the CCM key comparison of kilogram realizations CCM.M-K8.2019. 16 October 2020
- [6] Calculation of the Consensus Value for the Kilogram 2020. CCM Task Group on the Phases for the Dissemination of the kilogram following redefinition (CCM-TGPfD-kg). December 2020
- [7] Certificate for 1 kg mass prototype No. 51 belonging to Poland. BIPM Certificate No 1 February 2021
- [8] M. G. Cox: The evaluation of key comparison data. *Metrologia* 39 (2002) 589-595
- [9] Rezolucja 26. Generalnej Konferencji Miar. 13–16 listopada 2018 roku
- [10] H. Bettin, S. Schlamminger: Realization, maintenance and dissemination of the kilogram in the revised SI. *Metrologia* 53 (2016) A1-A5
- [11] M. Stock, S. Davidson, H. Fang, M. Milton, E. de Mirandés, P. Richard, C. Sutton: Maintaining and disseminating the kilogram following its redefinition. *Metrologia* 54 (2017) S99-S107
- [12] S. Davidson, M. Stock: Beginning of a new phase of the dissemination of the kilogram. *Metrologia* 58 (2021) 033002



Paweł Fotowicz

Doktor nauk technicznych, redaktor naczelny Biuletynu *Metrologia* i Probiernictwo i wykładowca w Głównym Urzędzie Miar. Prowadzący kursy szkoleniowe dotyczące podstaw metrologii i praktyki obliczania niepewności pomiaru. Autor ponad stu pięćdziesięciu publikacji dotyczących teoretycznych zagadnień metrologii, m. in. w międzynarodowych i krajowych czasopiśmie naukowych takich jak: *Metrologia*, *Measurement*, *Measurement Science and Technology*, *Metrology* and *Measurement Systems*, PAK czy PAR. Redaktor i współredaktor opracowań monograficznych: *Niepewność pomiarów w teorii i praktyce* oraz *Polska Administracja Miar – Vademecum*.